新北市立高中職102學年度教師聯合甄選

數學科目試題

一、選擇題：(每題3分，共5題，計15分)

1. 下列哪個整數不能寫成兩個以上的連續整數之和？
(A) 26　(B) 32　(C) 49　(D) 56

2. 設a,b為正實數。若$2^a=25$，$5^b=16$，則$a+b$的最小可能值為何？
(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 8

3. 設$\vec{v}$為坐標空間中的非零向量。若$\vec{v}$與正x軸夾45°角，與正y軸夾60°角，則下列哪一個選項可能是$\vec{v}$與正z軸的夾角？
(A) 90°　(B) 105°　(C) 120°　(D) 135°

4. 設矩陣$A=\begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$。若$A^{10}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}$，則$a_{13}$之值為何？
(A) 55　(B) 100　(C) 2^{10}　(D) 10!

5. 已知坐標平面上的兩向量$\vec{a},\vec{b}$所張出的平行四邊形的面積為$\sqrt{3}$。請問由$\vec{a}+\vec{b}$,$\vec{a}-\vec{b}$所張出的平行四邊形的面積為何？
(A) 1　(B) $\sqrt{3}$　(C) 3　(D) $2\sqrt{3}$

二、填充題：(每題5分，共5題，計25分)

1. 在各次項係數皆為0或1或2的多項式函數$f(x)$中，有______個函數滿足$f(2)=101$。

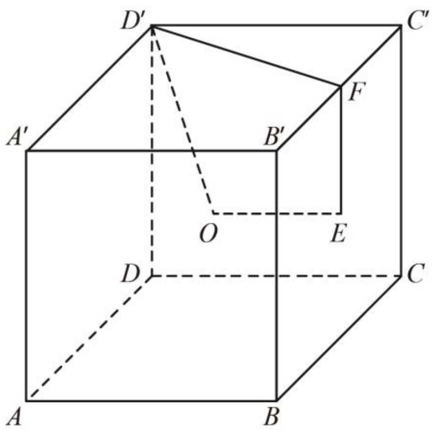
2. 由數字1，2，3，4，5，6，7組成七位數，四個奇數中任何三個不全相鄰，問符合條件的七位數共有多少個？

3. 數列

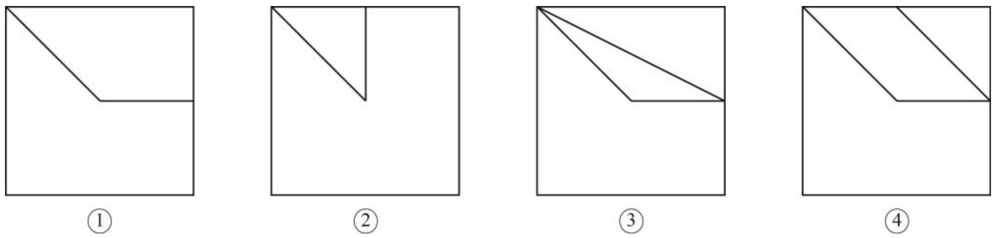
$$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\ldots,\frac{1}{m+1},\frac{2}{m+1},\ldots,\frac{m}{m+1},\ldots$$

的前40項的和為何？

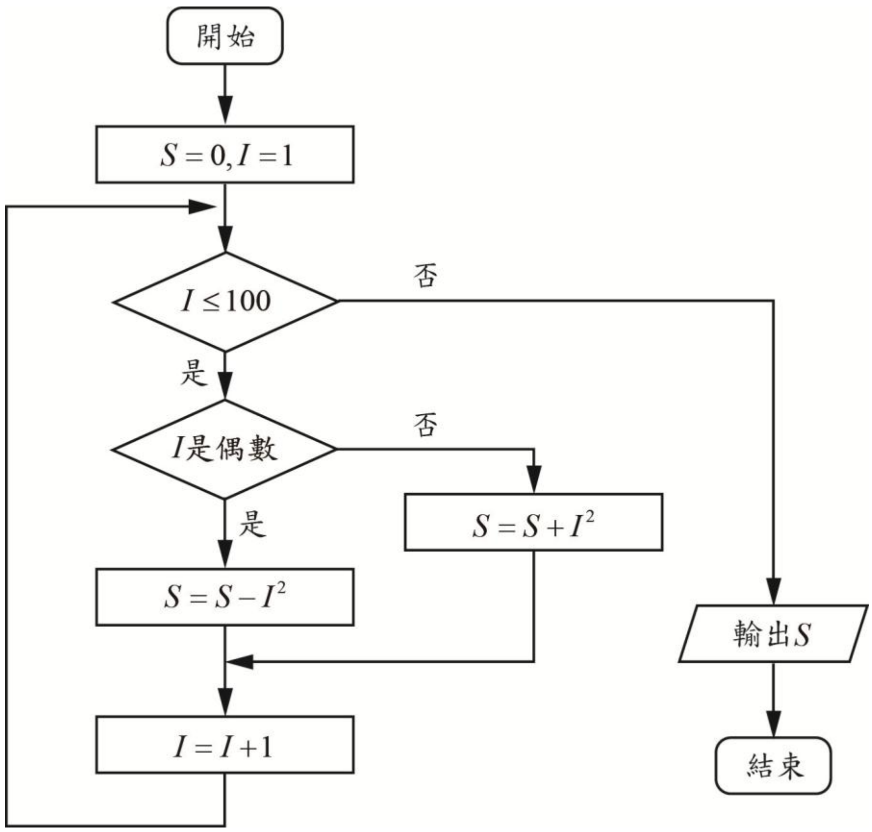
4. 如下圖，點為正方體的中心，點為面的中心，而點為線段的中點：



問：空間中，四邊形在該正方體的六個面上的投影可能出現在下列哪些序號裡？



5. 如下圖，電腦程序框圖（算法流程圖）的輸出值 S 為何？



三、計算題：（共 4 題，計 60 分）

1. 袋中有黑、白球各一顆，每次從袋中任取一球，取出的球不放回，但再放進一顆黑球，令 a_n 為第 n 次取到黑球的機率。

（1）寫出 a_n 的遞迴關係式。(10 分)

（2）求 a_n 的一般式。(10 分)

2. 已知有 n 個任意的正方形紙片，證明：可以用剪刀把它們剪開，然後組拼成一個新的正方形。(10 分)

3. 某系舉辦系徽設計比賽，入圍決選的有四件作品，由 10 名學生代表進行不記名投票，每人投兩票，且兩票須投不同作品。在沒有廢票的情況下，試問：
（1）四件作品的得票情形共有幾種？(10 分)
（2）得票數最高的作品恰有一件的票數分佈有幾種？(10 分)

4. 試求所有滿足以下不等式的正整數 (a,b,c) ：　(10 分)

$$\frac{41}{42} \le \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$$