

新北市立國民中學 102 學年度教師聯合甄選試題

科目：數學科

— 考生作答說明 —

- 一、請核對答案卡科目、准考證號碼是否與准考證內容相符，如果不符，請立即向監試人員反應。
- 二、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 三、請使用 2B 鉛筆於「答案卡」上畫記作答，切勿使用修正液(帶)，以免無法判讀。
- 四、答案卡與試卷須一起繳交，方可離開試場。
- 五、請務必填上准考證號碼。

准考證號碼：_____

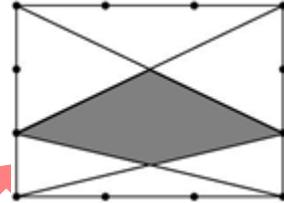
科目：數學科

選擇題：共 40 題，總分 100 分，每題 2.5 分

- (B) 1. 在某個舞會中，每位男士恰與 3 位女士跳舞，而每位女士恰與 2 位男士跳舞。已知有 12 位男士、 a 位女士參加這場舞會，則下列何者正確？

(A) $12 < a < 15$ (B) $15 < a < 20$
(C) $20 < a < 30$ (D) $30 < a < 40$

- (A) 2. 如右圖，長方形的每個邊皆被三等分，已知長方形的面積為 12 平方公分，試求陰影處的面積為多少？



(A) 3 平方公分 (B) $\frac{10}{3}$ 平方公分
(C) 3.5 平方公分 (D) 4 平方公分

- (D) 3. 小華有 1 個 50 元硬幣，2 個 10 元硬幣，5 個 1 元硬幣，試問用這些硬幣可以組成幾種不同的金額（至少用 1 個硬幣）？

(A) 10 種 (B) 20 種 (C) 25 種 (D) 35 種

- (A) 4. 若 A 是一個九進位的四位數，其四個數字由左到右為 $abcd$ ，則判斷 A 是否為 3 的倍數的方法是：

(A) 若 d 是 3 的倍數，則 A 也是 3 的倍數
(B) 若 $a+b+c+d$ 是 3 的倍數，則 A 也是 3 的倍數
(C) 若 $(a+c)-(b+d)$ 是 3 的倍數，則 A 也是 3 的倍數
(D) 以上皆非

- (D) 5. 45 除了可以寫成 $22 + 23$ 這種連續整數的和之外，45 還可以寫成 n 種連續整數的和（不包括前面那一種），則 $n = ?$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

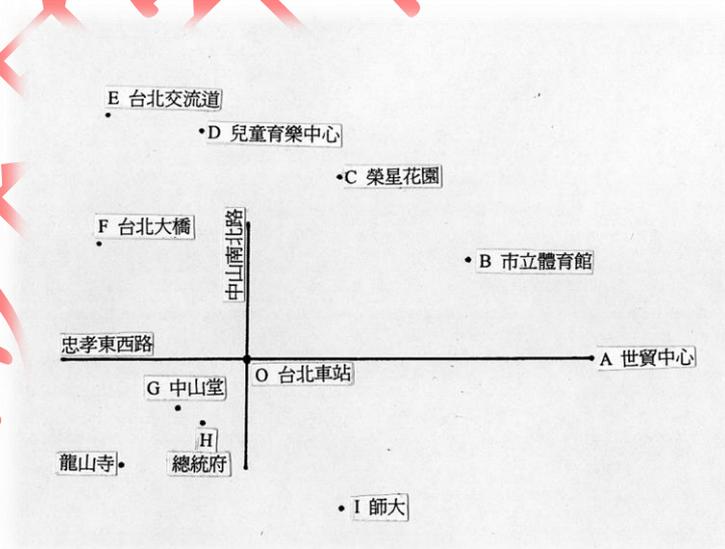
- (C) 6. $\{2\}$ 、 $\{4,6\}$ 、 $\{8,10,12\}$ 、 $\{14,16,18,20\}$ 、 $\{22,24,26,28,30\}$ 、.....，則第 50 個大括號 $\{ \}$ 中的第一個數是多少？

(A) 100 (B) 200 (C) 2452 (D) 2550

- (C) 7. 有一個時鐘在上午 9 點被校正。然後，從上午 9 點開始，每經過 1 分鐘，它慢 10 秒鐘，當該時鐘的時針指向下午 2 點時，當時的實際時間是多少？

(A) 下午 1 點 10 分 (B) 下午 2 點 50 分
(C) 下午 3 點 (D) 以上皆非

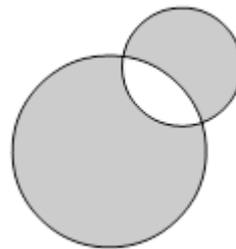
- (A) 8. 在二項式 $(x+2)^7$ 的展開式中，若 x^k 之係數為最大時，則 $k=?$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- (B) 9. 一球自 20 公尺高的樓頂自由落下，每次著地時反跳高度為落下高度的 $\frac{1}{2}$ ，則此球自落下到靜止於地面，所跳動的距離為多少？
 (A) 40 公尺 (B) 60 公尺 (C) 80 公尺 (D) 100 公尺
- (D) 10. 甲投籃的命中率是 $\frac{5}{8}$ ，現在他有投 10 球的機會，請問他恰好投進 6 球的機率為多少？
 (A) $\left(\frac{5}{8}\right)^6$ (B) $\left(\frac{5}{8}\right)^6 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4$
 (C) $6 \times \left(\frac{5}{8}\right)^6 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4$ (D) $C_6^{10} \times \left(\frac{5}{8}\right)^6 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4$
- (D) 11. 位在台北車站附近的忠孝東西路與中山南北路約為互相垂直，我們將此約為互相垂直的二段路延長形成坐標平面上的 X 軸與 Y 軸，並視台北車站位於這二段路的交點上，而得到下面的簡圖。



若 $\sin\theta \tan\theta > 0$ ，且 $\cos\theta \cot\theta < 0$ ，則下列何地最可能落在 θ 的終邊上？

- (A) 榮星花園 (B) 兒童育樂中心 (C) 中山堂 (D) 師大

- (B) 12. 右圖中，小圓的 $\frac{5}{7}$ 是陰影部分，大圓的 $\frac{8}{9}$ 是陰影部分，求小圓的陰影面積對大圓的陰影面積的比。



- (A) 5 : 8 (B) 5 : 16
(C) 7 : 9 (D) 45 : 56

- (B) 13. a 、 b 、 c 、 d 為實數， $a > b$ 、 $c > d$ 、 $a + b = c + d$ 、 $ab > cd$ ，比較 a 、 b 、 c 、 d 之大小。

- (A) $a > c > d > b$ (B) $c > a > b > d$
(C) $c > a > d > b$ (D) $a > b > c > d$

- (C) 14. 若 $f(x) = x^2 + 7x + 12$ 於坐標平面上之圖形頂點為 P ，與 X 軸相交於 Q 和 R ，並且與 Y 軸相交於 S 點，設四邊形 $PQSR$ 之面積為 A ，則下列何者正確？

- (A) $4 < A < 5$ (B) $5 < A < 6$
(C) $6 < A < 7$ (D) $7 < A < 8$

- (A) 15. 在我住的城市裡，有些動物實在太奇怪，有百分之十的狗認為自己是貓，也有百分之十的貓認為自己是狗，其餘的貓和狗都是正常的。有一天我對城市中所有的狗和貓作了盤問，結果其中有 20% 認為自己是貓，那麼真正的貓佔貓狗總量的百分數是多少？

- (A) 12.5 (B) 18 (C) 20 (D) 22

- (D) 16. 若已知實數 a 、 b 、 c 不全為正數，則下列何者恆為真？

- (A) a 、 b 、 c 中，至少有一個負數 (B) a 、 b 、 c 中，有正數也有負數
(C) a 、 b 、 c 三者的乘積不為正數 (D) a 、 b 、 c 中，至多有兩個正數

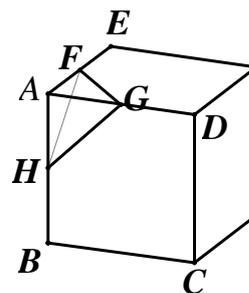
- (B) 17. 當 a 、 b 、 c 、 d 由 2、4、6、8 按任意次序代替時， $ab + bc + db + ac$ 的極大值是多少？

- (A) 144 (B) 120 (C) 116 (D) 96

- (D) 18. $1 + x^2 + x^{100}$ 被 $x^2 - 1$ 除之後所得的餘式為何？

- (A) -1 (B) 1 (C) -3 (D) 3

- (C) 19. 右圖為一個正立方體， H 、 G 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AD} 、 \overline{AE} 的中點，現在沿三角形 GFH 所在的面鋸掉一個角。問鋸掉的體積是整個體積的幾分之幾？



- (A) $1/16$ (B) $1/24$
(C) $1/48$ (D) $1/64$

- (A) 20. 某長方體的三邊長分別為 3 公分、4 公分、5 公分，則此長方體的外接球的半徑是多少？

- (A) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 公分 (B) $2\sqrt{5}$ 公分 (C) 6 公分 (D) $5\sqrt{2}$ 公分

- (C) 21. $\cos 2\theta$ 其值與下列哪一個選項不相等？

- (A) $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ (B) $1 - 2\sin^2 \theta$ (C) $2\sin^2 \theta - 1$ (D) $2\cos^2 \theta - 1$

- (C) 22. 令 $y(x) = \frac{2^{-1+x}}{1+2^{-1+x}}$ 且 $z(x) = \frac{y(x)}{1-y(x)}$ ，則 $z(3) = ?$

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) 4 (D) 5

- (A) 23. 在坐標平面上，方程式 $2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0$ 的軌跡是什麼？

- (A) 二相交直線 (B) 圓 (C) 橢圓 (D) 雙曲線

- (D) 24. 將地球視為是一個半徑 6,400 公里的球體，如果在地球之赤道上有一城市 A 與 B，A 在東經 50 度、B 在東經 110 度，則飛機從城市 A 飛往城市 B 的最短航線長最接近下列哪一個選項的值？

- (A) 6400 公里 (B) 6500 公里 (C) 6600 公里 (D) 6700 公里

- (C) 25. 若 $x + y = 6$ ， $xy = 4$ ，則 $x^3 + y^3 = ?$

- (A) 72 (B) $72\sqrt{5}$ (C) 144 (D) $144\sqrt{5}$

- (A) 26. $(x^{10} + 2x^9 + 3x^8 + \dots + 9x^2 + 10x + 11) \div (x+1)$ 所得商式的係數和是多少（不管餘式）？

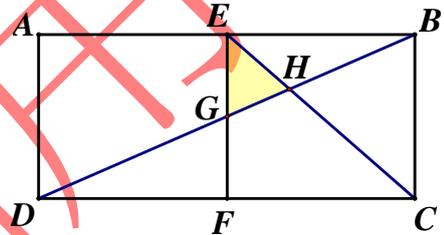
- (A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33

- (B) 27. 設 α, β 為 $x^2 + 7x + 4 = 0$ 之二根，則 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = ?$
 (A) -3 (B) -11 (C) 3 (D) 11

- (C) 28. 設 $2^{2x-1} \cdot 3^{x+1} = 12^{2x}$ ，則實數 $x = ?$
 (A) $-\frac{\log 2 + \log 3}{\log 3 + 2\log 2}$ (B) $-\frac{\log 2 + \log 3}{2\log 2 + \log 3}$
 (C) $\frac{\log 3 - \log 2}{2\log 2 + \log 3}$ (D) $\frac{\log 3}{2\log 2}$

- (B) 29. 設方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，若 $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，且 $AB = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，則下列何者正確？
 (A) $a+b=3$ (B) $c+d=3$ (C) $a-b=3$ (D) $c-d=3$

- (A) 30. 如右圖， E, F 分別為長方形 $ABCD$ 之二邊 \overline{AB} 、 \overline{CD} 之中點， G 為 \overline{BD} 和 \overline{EF} 之交點， H 為 \overline{BD} 和 \overline{CE} 之交點，則三角形 EGH 的面積是長方形 $ABCD$ 面積的幾分之幾？
 (A) $1/24$ (B) $1/20$
 (C) $1/16$ (D) $1/12$



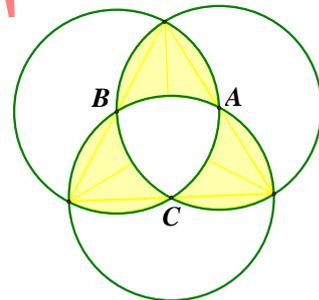
- (A) 31. 設 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ ，則 $100! + 1, 100! + 2, 100! + 3, \dots, 100! + 100$ ，這 100 個連續的自然數中，有幾個是質數？
 (A) 至多 10 個 (B) 介於 11 個到 20 個之間
 (C) 介於 21 個到 40 個之間 (D) 50 個以上

- (D) 32. 一旗桿直立於一塔高 8 公尺的塔頂上，今在地面上一點，測得塔頂的仰角為 45° ，旗桿頂的仰角為 60° ，則旗桿的長為：
 (A) $4(\sqrt{2}-1)$ 公尺 (B) $4(\sqrt{3}-1)$ 公尺
 (C) $8(\sqrt{2}-1)$ 公尺 (D) $8(\sqrt{3}-1)$ 公尺

- (A) 33. 已知點 A 和點 B 對稱於原點，點 B 和點 C 對稱於直線 $x+y=0$ 。如果點 A 的坐標為 $(3, -4)$ ，點 C 的坐標為 (m, n) ，則 $m+n = ?$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

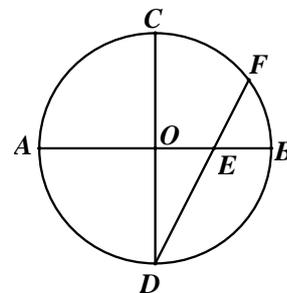
- (D) 34. 設多項式 $f(x)$ 除以 x^2+x-6 得餘式 $2x-5$ ， $g(x)$ 除以 x^2-x-2 得餘式 $x+1$ ，則 $2f(x)+3g(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為下列何數？
 (A) -1 (B) 3 (C) 5 (D) 7
- (D) 35. 有兩正整數 a 、 b ，且 $a>b$ ，其和比其積少 69 ，且 a 為完全平方數，則下列何者正確？
 (A) $a+b=42$ (B) $a-b=32$ (C) $a\times b=120$ (D) $a\div b=12$
- (B) 36. 連續整數 $a_1, a_2, \dots, a_{2013}$ ，且 $a_3 + a_{13} + a_{2013} = 2110$ ，則 $a_{2013} = ?$
 (A) 2030 (B) 2040 (C) 2050 (D) 2060
- (C) 37. 一個圓外接於邊長為 20 公分、 21 公分、 29 公分的三角形，圓的內部被分成 4 個部分，設 a 、 b 、 c 為非三角形部分的面積，且 a 是最大的，則下列何者正確？
 (A) $a=b+c$ (B) $a^2=b^2+c^2$
 (C) $a < 350$ 平方公分 (D) $a > 400$ 平方公分

- (C) 38. 右圖中， A 、 B 和 C 分別是 3 個圓的圓心，每個圓的半徑都是 20 公分，則陰影部分面積最接近下列何值？
 (A) 550 平方公分 (B) 590 平方公分
 (C) 630 平方公分 (D) 670 平方公分



- (B) 39. 下列哪一個無限級數收斂？
 (A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}}{5^n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$

- (B) 40. 如右圖， \overline{AB} 與 \overline{CD} 為圓 O 之兩直徑，且 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ，弦 \overline{DF} 交 \overline{AB} 於 E ，若 $\overline{DE} = 5$ ， $\overline{EF} = 3$ ，試問圓 O 的面積為何？



- (A) 18π (B) 20π
 (C) 22π (D) 24π